

# Об одной задаче управления эффективностью коммерческого банка и его тарифной политикой

М. С. Забелин

Статья посвящена оптимальной стратегии управления кредитно-депозитными ставками с целью максимизации банковского капитала. Для описания работы Банка используется динамическая система с дискретным временем и рядом нормативных ограничений. В модели присутствуют гипотезы экспертов о поведении рынка, что позволяет использовать её в условиях отсутствия достаточной статистики, в т.ч. когда происходят серьезные изменения в экономике страны. Представлены основные этапы построения модели, исследованы поведения банковских ставок в двух периодах: в обычное время и в кризис.

**Ключевые слова:** банк, банковские ставки, управление, моделирование.

## Введение

На протяжении последних лет непростая политическая и нестабильная экономическая ситуация, постоянная возможность новых волн кризиса ставила в тяжелое положение многие финансовые институты. Банки, как одни из важнейших элементов данной системы, крайне восприимчивы к любым волнениям и изменениям на рынке.

М. С. Забелин

События конца 2014 и начала 2015 года наглядно показывают, как быстро волнения на рынке сказываются на банковской системе. Изменение курса валют и неграмотная политика контролирующих органов привела к панике на рынке, резкому оттоку депозитов из Банков, и к тяжелому положению для многих заемщиков, что существенно повлияло на процент просроченных кредитов. Но, так же как и компании не могут отказаться от кредитов, так и Банки не могут перестать их выдавать, в противном случае это приведет к банкротству обеих сторон. Сложная ситуация в кризис происходит и с депозитным портфелем, начинается отток вкладчиков из банков, на рынке становится меньше свободных ресурсов, а их привлечение - дороже, но и допустить сильной просадки объемов депозитов нельзя, так как это скажется на работоспособности Банка.

Почему именно управление ставками? Управление ставками для Банка - это управление прибылью. Доля кредитов и депозитов в общем объеме баланса большинства российских банков значительна и достигает 80% [1, 2]. Поэтому крайне важно знать, когда и как изменять процентную ставку по кредитам и депозитам, и к каким последствиям может привести неправильная тарифная политика.

Кризис приводит не только к изменению экономической среды, но меняются и "правила игры", поэтому сложные модели, опирающиеся на анализ больших объемов данных и статистики, перестают работать. В свою очередь для сбора новой статистики нужно время и период стабильности. Какой может быть выход? На основе мнений экспертов и небольшого количества статистики можно сделать ряд гипотез о поведении рынка и клиентов, а также оценить их влияние на портфели активов и пассивов Банка. На основе этих гипотез можно разработать модели, которые будут работать в различных жизненных ситуациях, и хорошо описывать многие экономические задачи [3, 4]. Одной из таких моделей и посвящена данная статья.

Об одной задаче управления эффективностью коммерческого банка и его тарифной политикой

## Построение модели банка

Рассмотрим модель Банка в виде управляемой динамической системы с упрощенным вектором состояния из активов и пассивов, где в роли активов будут кредиты (С) и касса (М), пассивов - депозиты (D), остатки (R) и капитал (K):

$$X_t = \begin{pmatrix} C_t \\ M_t \\ D_t \\ R_t \\ K_t \end{pmatrix}$$

В данной статье для иллюстрации модели рассматриваются только те составляющие активов и пассивов, которые в жизни имеют наибольший вес.

Определим вектор ставок в любой момент времени, как сумму вектора базовых ставок (средних)  $\bar{u}_t$ , сложившихся на рынке, и вектора отклонений от средних ставок  $\Delta u_t$ :

$$u_t = \bar{u}_t + \Delta u_t = \begin{pmatrix} c_t \\ 0 \\ d_t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

где  $c_t$  - итоговая ставка по кредитам,  $d_t$  - итоговая ставка по депозитам в момент времени  $t$ . Именно этим отклонением  $\Delta u_t$  мы и будем управлять в нашей задаче.

Коэффициент просроченных кредитов зададим в виде линейной функции от изменения ставки по кредитам:

$$\alpha = k_{11} + k_{12} * \Delta c_t$$

где  $k_{11}, k_{12}$  - коэффициенты просрочки, которые можно определить экспертно, статистически или опытным путем.

М. С. Забелин

В матричной форме вектор состояния может быть записан в виде (S):

$$X_t = \begin{pmatrix} C_t \\ M_t \\ D_t \\ R_t \\ K_t \end{pmatrix} = B_t * X_t + C * X_t^T * D * \Delta u_t + E * \Delta u_t \quad (S)$$

где соответствующие матрицы  $B_t, C, D, E$  определяют специфику работы конкретного банка.

Представленная выше динамическая система (S) будет иметь ряд ограничений, вызванных балансовыми соотношениями, нормативами ЦБ РФ или стратегией развития банка. Введем эти ограничения (L) для  $\forall i \in \overline{1, N+1}$ :

- (L<sub>1</sub>) - Балансовые ограничения:  $A_i = P_i$ , т.е. активы равны пассивам. В наших обозначениях:  $C_i + M_i = D_i + R_i + K_i$ .
- (L<sub>2</sub>) - Нормативные ограничения ЦБ РФ, например:  $K_i \geq A_i * k_1$  - достаточность капитала, в нашей задаче:  $K_i \geq (C_i + M_i) * k_1$ , где  $k_1$  - коэффициент достаточности капитала, задается нормативом ЦБ РФ.
- (L<sub>3</sub>) - Стратегические ограничения, например:  $A_{i+1} \geq A_i * (1 + k_2)$  - ограничения на рост активов,  $k_2$  - коэффициент роста активов, выбирается исходя из параметров стратегии развития компании.
- (L<sub>4</sub>) - Неотрицательность компонент вектора баланса:  $C_i \geq 0, M_i \geq 0, D_i \geq 0, R_i \geq 0, K_i \geq 0$ .
- (L<sub>5</sub>) - Ограничение на управление:  $|\Delta d_i| \leq \gamma, |\Delta c_i| \leq \gamma$  т.е. изменение ставок ограничено, это обусловлено тем, что если ставки будут значительно отличаться от среднерыночных, это вызовет подозрение и у надзорных органов, и недоверие у клиентов.

Существует ещё целый ряд нормативов ЦБ РФ [5]. Как и ограничения (L), все они имеют линейный вид, и в данной упрощенной модели не рассматриваются.

Об одной задаче управления эффективностью коммерческого банка и его тарифной политикой

## Постановка задачи управления динамической системой

Задача оптимального управления динамической системой (P) с целью максимизации капитала может быть сформулирована следующим образом: необходимо при заданной системе (S), ограничениях (L) найти такое управление  $\Delta u_1^*, \dots, \Delta u_N^*$ , при которых критерий (F) принимает максимальное значение. [6]

$$\left. \begin{array}{l} X_t = B_t * X_t + C * X_t^T * D * \Delta u_t + E * \Delta u_t \quad (S) \\ (L_1) : C_i + M_i = D_i + R_i + K_i \\ (L_2) : K_i \geq (C_i + M_i) * k_1 \\ (L_3) : A_{i+1} \geq A_i * (1 + k_2) \\ (L_4) : C_i \geq 0, M_i \geq 0, D_i \geq 0, R_i \geq 0, K_i \geq 0 \\ (L_5) : |\Delta d_i| \leq \gamma, |\Delta c_i| \leq \gamma \\ K_{N+1} \rightarrow \max_{\Delta u_1^*, \dots, \Delta u_N^*} \quad (F) \end{array} \right\} (P)$$

Исследуемая модель получилась нелинейной, для решения сначала проводилась линеаризация с последующей оценкой точности, затем использовались методы линейного программирования.[7]

## Анализ управления ставкой по кредитам в кризисный период

Перед тем, как сформулировать утверждение об управлении ставкой в кризисный период, поясним два неравенства на коэффициенты просрочки. Пусть коэффициенты  $k_{11}, k_{12}$ , удовлетворяют неравенствам:  $k_{12} > 1$  и  $\bar{c}_t - k_{11} > 0$ .

### Замечание 1

Неравенство  $\bar{c}_t - k_{11} > 0$  в жизни выполняется всегда, и говорит нам о том, что процент средней просрочки по рынку при

М. С. Забелин

средней ставке  $\bar{c}_t$ , имеет значение  $k_{11}$ . Если бы  $\bar{c}_t - k_{11} < 0$ , это бы означало, что весь банковский сектор сознательно выдает кредиты по ставке, которая не принесет никакой прибыли, и более того не покрывает ни рисков, ни расходов финансовых учреждений.

### Замечание 2

Неравенство  $k_{12} > 1$ , говорит о том, что при повышении ставки доход от кредита растет медленнее просрочки. Особенно ярко это наблюдается в кризисный период, в котором резко возрастает количество просроченных кредитов.

Предположим, что в задаче (P) есть решение, т.е. существуют такие последовательности  $\{\Delta d_i^*\}_{i=1}^N$  и  $\{\Delta_i^*\}_{i=1}^N$ , где  $\Delta d_i^*$  и  $\Delta_i^*$  - оптимальные ставки по депозитам и кредитам в  $i$ -ый год. Тогда сформулируем теорему, доказанную в дипломной работе [8].

### Теорема

Если в задаче (P) есть решение и  $k_{12} > 1$ ,  $\bar{c}_i - k_{11} > 0$ , то критериальная функция (капитал) достигает максимального значения при  $\Delta_i^* = -\gamma$ ,  $i = 1, \dots, N$ .

Эта теорема позволяет говорить нам о том, что в условиях высокой просрочки по кредитному портфелю максимизация капитала достигается при снижении кредитной ставки.

### Примеры

Рассмотрим примеры работы Банка в различных ситуациях на рынке: в обычное время и в кризис. В нашей модели Банка эти периоды будут отличаться друг от друга долей просроченных кредитов, а также различными возможностями по привлечению клиентов во вклады и на остатки.

Для каждого из этих вариантов рассмотрим 3 различных стратегии управления активами:

Об одной задаче управления эффективностью коммерческого банка и его тарифной политикой

Стратегия №1: объем активов растет минимум на 20% в год (общий минимальный рост за 4 года в рамках сложных процентов составит 108%).

Стратегия №2: объем активов не снижается по сравнению с предыдущим годом, и суммарно должен вырасти минимум на 108%. Отличает данную стратегию от предыдущей отсутствие обязательного условия на ежегодный рост активов.

Стратегия №3: объем активов не снижается по сравнению с предыдущим годом.

### Пример №1

Обычное, не кризисное время, базовые ставки по депозитам и кредитам равны 8% и 15% соответственно, просрочка задается уравнением:  $\alpha = 1,33 * \Delta c_i + 0,05$ . Оптимальные решения задачи приведены в таблице:

Стратегия №1					
Год	Кред.	Касса	Депоз.	Ост.	Кап.
1	80	20	70	10	20
2	175,5	39,1	170,5	22,4	21,6
3	207,9	49,8	199,1	32,4	26,2
4	247,7	61,7	235,3	42,6	31,5
5	296,4	74,8	280,5	53,2	37,5

Стратегия №2					
Год	Кред.	Касса	Депоз.	Ост.	Кап.
1	80	20	70	10	20
2	176,8	39,2	172,0	22,5	21,6
3	209,2	50,0	200,6	32,4	33,8
4	204,9	56,0	186,2	41,0	31,6
5	200,5	62,1	171,2	42,0	42,6

Стратегия №1 позволила капиталу вырасти на 87,5%, активам на 271%, а при Стратегии № 2 капитал вырос на 113%, активы на 162,6%. Отметим, что Стратегия №2 и Стратегия №3 для не кризисного периода совпадают.

М. С. Забелин

Проиллюстрируем результаты на графиках. Для этого рассмотрим фазовые портреты вектора состояния, т.е. покомпонентное сравнение активов и пассивов.

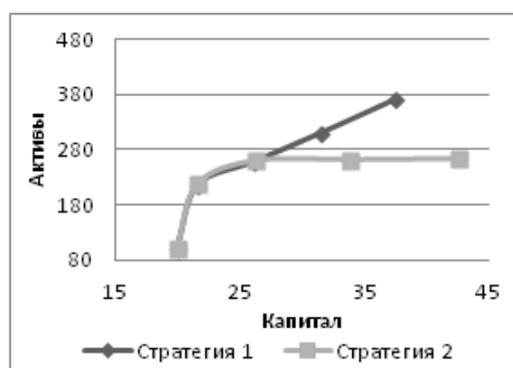


Рис. 1: Активы-Капитал (обычное время)

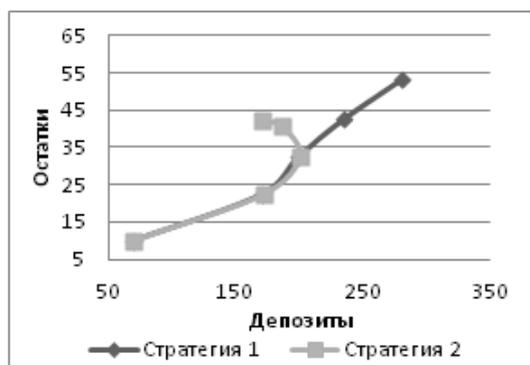


Рис. 2: Остатки-Депозиты (обычное время)

Из графиков видно, что Стратегия №2 оказалась более "гибкой", она позволила в течение первых лет быстро нарастить активы (Рис. 1), а последние два года ушли на изменение внутренней структуры пассивов. На Рис. 2 заметно, что доля платных пассивов (депозитов) начала сокращаться, а бесплатных (остатков) - расти.

Пример №2

Об одной задаче управления эффективностью коммерческого банка и его тарифной политикой

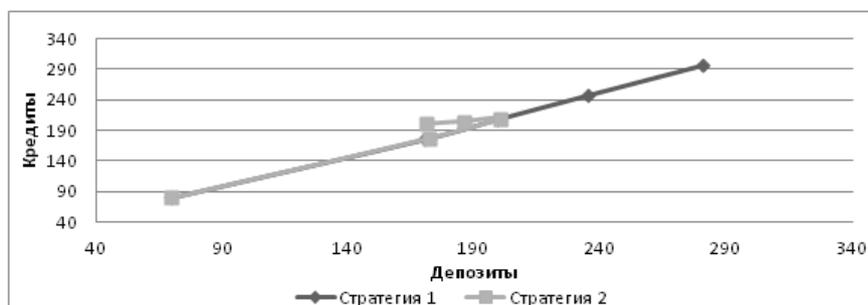


Рис. 3: Кредиты-Депозиты (обычное время)

Кризисный период, базовые ставки по депозитам и кредитам равны 10% и 17% соответственно, просрочка задается уравнением:  $\alpha = 1,67 * \Delta c_i + 0,07$ . Оптимальные решения задачи приведены в таблице:

Стратегия №1					
Год	Кред.	Касса	Депоз.	Ост.	Кап.
1	80	20	70	10	20
2	94,7	25,3	82,8	15,1	21,2
3	113,0	31,1	99,5	20,5	22,3
4	135,6	37,6	120,7	26,0	23,1
5	163,1	44,8	147,6	28,4	23,3

Стратегия №2					
Год	Кред.	Касса	Депоз.	Ост.	Кап.
1	80	20	70	10	20
2	77,2	22,8	62,9	14,1	22,9
3	75,9	25,8	57,2	18,4	26,2
4	119,7	35,4	102,2	25,1	27,8
5	163,2	44,8	147,2	31,9	28,9

М. С. Забелин

Стратегия №3					
Год	Кред.	Касса	Депоз.	Ост.	Кап.
1	80	20	70	10	20
2	77,2	22,8	62,9	14,1	22,9
3	74,3	25,6	55,4	18,3	26,2
4	71,3	28,4	47,4	22,4	29,9
5	86,9	33,9	60,0	27,5	33,3

Итоговые изменения активов и капитала приведены в таблице:

	Активы	Капитал
Стратегия №1	↑ 108%	↑ 16,5%
Стратегия №2	↑ 108%	↑ 44,5%
<b>Стратегия №3</b>	↑ 20,8%	↑ 66,5%

Проиллюстрируем на графиках, почему Стратегия №3 оказалась для цели максимизации капитала самой лучшей. Для этого опять обратимся к фазовым портретам.

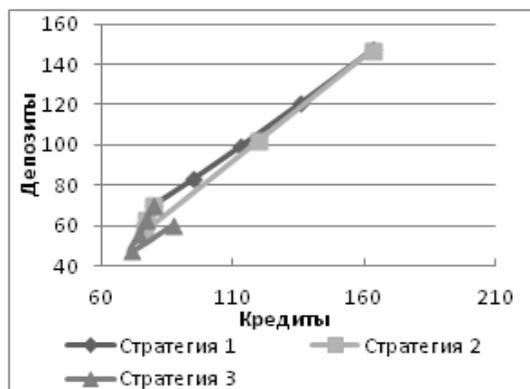


Рис. 4: Депозиты-Кредиты (кризис)

Рис. 6 наглядно демонстрирует, что высокий рост активов в кризисный период приводит к сильному замедлению роста капитала, в следствие чего Стратегия №3 является лучшей.

Об одной задаче управления эффективностью коммерческого банка и его тарифной политикой

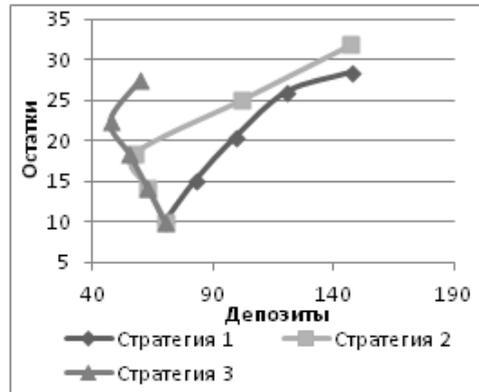


Рис. 5: Остатки-Депозиты (кризис)

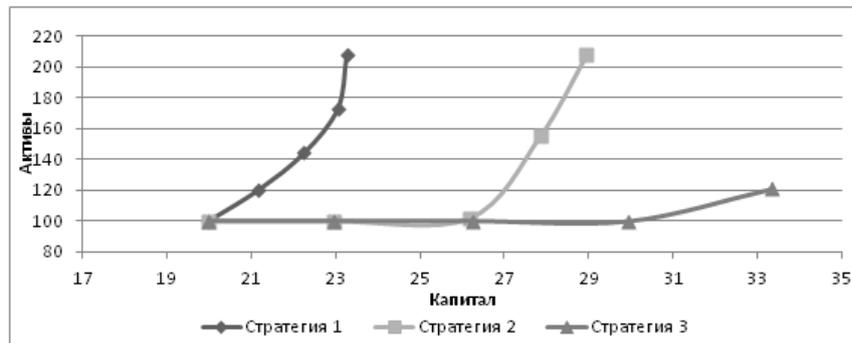


Рис. 6: Активы-Капитал (кризис)

## Выводы

- 1) Разработана модель управления Банком с помощью банковских ставок, и решена задача поиска оптимальных тарифов: выбора кредитных и депозитных ставок.
- 2) Получены результаты, которые позволяют сформулировать качественные правила управления капиталом Банка:
  - а. В рамках разработанной модели доказано, что в условиях высокой просрочки по кредитному портфелю максима-

М. С. Забелин

зация капитала достигается при снижении кредитной ставки.

**в.** Выявлены следующие закономерности:

- Значительный рост активов Банка в обычный период способствует росту его капитала.
- Значительный рост активов Банка в кризисный период негативно сказывается на росте его капитала.

3) Для оценки различных стратегий развития Банка и поиска эффективной тарифной политики, т.е. при выборе ставок по кредитным и депозитным портфелям Банка, достаточно использовать простые модели на основе гипотез о поведении тарифов, просрочки, ресурсной базы и т.д..

## **Список литературы**

- [1] Банковское дело / Под редакцией О.И. Лаврушина. — М.: Финансы и статистика, 2003.
- [2] Отчет о развитии банковского сектора и банковского надзора. М.: Банк России, 2013.  
<http://www.cbr.ru/publ/?PrId=nadzor>
- [3] Болдин Б.С. Управление активами и пассивами Банка с использованием динамических моделей / Современные проблемы науки и образования. — 2014. — № 4;
- [4] Грибов А.Ф. Моделирование банковской деятельности : учебно-методическое пособие для дистанционной формы обучения. — М. : Изд-во Рос. экон. акад., 2004.

Об одной задаче управления эффективностью коммерческого банка и его тарифной политикой

- [5] Об обязательных нормативах банков. Банк России : инструкция №139-И от 3 дек. 2012 г..  
<http://www.cbr.ru/publ/Vestnik/ves121221074.pdf>
- [6] А.А. Воронов, Д.П. Ким, В.М. Лохин Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления - 1986
- [7] Мину М. Математическое программирование. Теория и алгоритмы. — М.: Наука, 1990.
- [8] Забелин М.С. Об одной задаче управления эффективностью коммерческого банка и его тарифной политикой. Дипломная работа. — Москва: Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 2015.