Верификация криптографических протоколов на основе понятия наблюдаемой эквивалентности

А. М. Миронов (МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва)

В работе излагается модель криптографических протоколов, основанная на теории процессов с передачей сообщений. Показано, как можно использовать данную модель для решения задач верификации криптографических протоколов (то есть построения математических доказательств утверждений о том, что криптографические протоколы обладают заданными свойствами). В качестве примера таких свойств рассматриваются свойства целостности и секретности. Данные свойства определяются формально, как некоторые соотношения, выражаемые в терминах наблюдаемой эквивалентности процессов с передачей сообщений. Показаны примеры верификации данных свойств для некоторых криптографических протоколов.

Ключевые слова: криптографические протоколы, верификация, наблюдаемая эквивалентность.

1. Процессная модель криптопротоколов

Криптографический протокол (**КП**) — это распределённый алгоритм, определяющий порядок обмена сообщениями между несколькими агентами. Сообщения, передаваемые в процессе работы КП, могут иметь зашифрованный вид. В излагаемой ниже процессной модели КП и их формальные спецификации представляются в виде графов, ребра которых помечены **операторами**. Операторы представляют собой выражения, состоящие из термов и формул.

Множество $\mathcal{E}$ **термов** определяется индуктивно: переменные и константы являются термами, если $e_1, \ldots, e_n$ — список термов, то запись $(e_1, \ldots, e_n)$ является термом, и для каждого ключа k и каждого терма e запись $k(e)$ является термом. Если $e_1 = e'_1, \ldots, e_n = e'_n$ — список равенств термов (который может быть пустым), то запись

$$[\![e_1 = e'_1, \ldots, e_n = e'_n]\!]$$

называется **формулой**.

Подстановкой называется запись θ вида e'/e, где $e, e' \in \mathcal{E}$.

Действие — это конструкция a одного из трёх перечисляемых ниже видов. Каждой паре (a, ξ), где a — действие, и ξ — означивание переменных, входящих в a, соответствует **выполнение** a^ξ действия a на означивании ξ, неформально определяемое ниже.

1) **Ввод** — это действие вида $e_1?e_2$, где $e_1, e_2 \in \mathcal{E}$. Выполнение $(e_1?e_2)^\xi$ заключается в получении сообщения через канал e_1^ξ, и записи значений, соответствующих компонентам полученного сообщения, в переменные, входящие в терм e_2.
2) **Вывод** — это действие вида $e_1!e_2$, где $e_1, e_2 \in \mathcal{E}$. Выполнение $(e_1!e_2)^\xi$ заключается в посылке сообщения e_2^ξ через канал e_1^ξ.
3) **Внутреннее действие** — это действие вида $b\,\theta$, где b — формула, и θ — подстановка. Выполнение $(b\,\theta)^\xi$ возможно только если $b^\xi = 1$, и заключается в изменении $\forall\, i = 1, \ldots, n$ значения переменной x_i: новое значение x_i полагается равным e_i^ξ.

Процесс с передачей сообщений (называемый ниже просто **процессом**) — это пятёрка $P = (S, s^0, R, b, X^-)$, компоненты которой имеют следующий смысл: S — множество **состояний** процесса P; $s^0 \in S$ — **начальное состояние** процесса P; $R \subseteq S \times \mathcal{A} \times S$ — множество **переходов** процесса P (где $\mathcal{A}$ — множество действий); b — формула, называемая **предусловием** процесса P; X^- — множество переменных, называемых **скрытыми переменными** процесса P. Переход (s_1, a, s_2) называется **вводом**, **выводом** или **внутренним переходом**, если a — ввод, вывод или внутреннее действие, соответственно. Процесс $P = (S, s^0, R, b, X^-)$ можно представлять себе в виде помеченного графа (обозначаемого тем же символом P), вершинами которого являются состояния из S, а рёбрами — переходы из R: каждому переходу (s_1, a, s_2) соответствует ребро из s_1 в s_2 с меткой a, мы будем обозначать данное ребро записью $s_1 \xrightarrow{a} s_2$. Каждый сеанс σ **выполнения процесса** P представляет собой обход графа P (начиная с начального состояния), с выполнением действий, которые являются метками проходимых рёбер.

2. Наблюдаемая эквивалентность

Множество термов $E \subseteq \mathcal{E}$ называется **замкнутым**, если оно удовлетворяет следующим условиям:

- если $\forall\, i = 1, \ldots, n \;\; e_i \in E$, то $(e_1, \ldots, e_n) \in E$,
- если E содержит терм вида $(e_1, \ldots, e_n)$, то $\forall\, i = 1, \ldots, n \;\; e_i \in E$,
- если $k, e \in E$, где k — ключ, то $k(e) \in E$,
- если E содержит терм вида $k(e)$, и $k \in E$, то $e \in E$.

Замкнутые множества термов используются для представления множеств сообщений, которые могут быть известными противнику. Указанные выше правила соответствуют операциям, которые может выполнять противник с имеющимися у него сообщениями:

- если противник имеет сообщения $e_1, \ldots, e_n$, то он может скомпоновать из них сообщение $(e_1, \ldots, e_n)$,
- если противник имеет сообщение вида $(e_1, \ldots, e_n)$, то он может получить его составные части $e_1, \ldots, e_n$,
- если противник имеет ключ k и сообщение e, то он может создать шифртекст $k(e)$, и
- если противник имеет шифртекст $k(e)$ и ключ k, то он может расшифровать этот шифртекст, то есть получить сообщение e.

Нетрудно доказать, что $\forall\, E \subseteq \mathcal{E}$ существует наименьшее по включению замкнутое множество $E^\omega \subseteq \mathcal{E}$ (называемое **замыканием** множества E), такое, что $E \subseteq E^\omega$.

Пополнение процесса P — это пара (P, η), где η — функция, сопоставляющая каждому состоянию s процесса $P = (S, s^0, R, b, X^-)$ подмножество $\eta(s) \subseteq \mathcal{E}$, причем выполнено следующее условие: $\eta(s^0)$ содержит все константы и все нескрытые переменные процесса P, для каждого перехода $s_1 \xrightarrow{a} s_2$ процесса P $\eta(s_1) \subseteq \eta(s_2)$, и если a имеет вид $b\,\theta$, то $\forall\, i = 1, \ldots, n$ из $e_i \in \eta(s_1)^\omega$ следует $x_i \in \eta(s_2)$, а если a имеет вид $e_1?e_2$ или $e_1!e_2$, и $e_1 \in \eta(s_1)^\omega$, то $e_2 \in \eta(s_2)$.

Пополнение (P, η) процесса P можно интерпретировать как добавление к каждому состоянию s процесса P совокупности $\eta(s)$ тех сообщений, которые процесс P, находясь в состоянии s, мог передать другим процессам, или получить от других процессов, и, следовательно, которые могут быть известны противнику.

Ниже мы определяем понятие наблюдаемой эквивалентности двух процессов. Мы будем обозначать записью $P_1 \approx P_2$ утверждение о том, что процессы P_1 и P_2 находятся в отношении наблюдаемой эквивалентности. Понятие наблюдаемой эквивалентности имеет следующий неформальный смысл: процессы P_1 и P_2 наблюдаемо эквивалентны, если для любого внешнего наблюдателя их поведение неразличимо.

Ниже мы будем использовать следующие понятия и обозначения.

1) Пусть задан процесс $P = (S, s^0, R, b, X^-)$ и пара состояний $s, s' \in S$. **Составной переход (СП)** из s в s' — это последовательность A переходов из R вида

$$s = s_0 \stackrel{a_1}{\to} s_1, \quad s_1 \stackrel{a_2}{\to} s_2, \quad \ldots \quad s_{n-1} \stackrel{a_n}{\to} s_n = s'$$

такая что среди $a_1, \ldots, a_n$ не более одного оператора ввода или вывода.

2) Если b и b' — формулы, то запись $b \leqslant b'$ является сокращённой записью утверждения о том, что b' является логическим следствием b.

Пусть заданы процессы $P_i = (S_i, s_i^0, R_i, b_i, X_i^-) \quad (i = 1, 2)$, причем $S_1 \cap S_2 = \varnothing$. Процессы P_1 и P_2 **наблюдаемо эквивалентны**, если существует совокупность $\{b_{s_1 s_2} \mid s_i \in S_i \ (i = 1, 2)\}$ формул, каждая переменная в которых является нескрытой переменной P_1 или P_2, обладающих следующими свойствами:

1) $b_1 \wedge b_2 \leqslant b_{s_1^0 s_2^0}$;

2) для каждого перехода $s_1 \stackrel{a}{\to} s_1'$ процесса P_1 и каждого состояния $s_2 \in S_2$ существует СП $s_2 \stackrel{A}{\to} s_2'$ процесса P_2, такой что

$$b_{s_1 s_2} \wedge \ [\![a]\!] \leqslant (a, A)\, b_{s_1' s_2'},$$

где запись $(a, A)\, b_{s_1' s_2'}$ обозначает формулу, определяемую индуктивно следующим образом:
(ниже предполагается, что СП A имеет вид $s_2 \stackrel{a_1}{\to} \ldots \stackrel{a_{n-1}}{\to} s_2'' \stackrel{a_n}{\to} s_2'$, и запись $A \setminus a_n$ обозначает СП $s_2 \stackrel{a_1}{\to} \ldots \stackrel{a_{n-1}}{\to} s_2''$)

   a) $b \wedge b_{s_1' s_2'}$, если $a = b\,\Lambda$, и A — пустой СП,

   b) $(b\,\Lambda, A)\, \theta(b_{s_1' s_2'})$, если $a = b\,\theta$,

   c) $(a, A \setminus a_n)\, (b \wedge \theta(b_{s_1' s_2'}))$, если $a_n = b\,\theta$,

d) $(\top\Lambda, A \setminus a_n)\, b_{s_1' s_2'}(z/e_1', z/e_2')$,
   - $b_{s_1 s_2''} \leqslant (e_1 = e_2)$,
   - $e_1 \in \eta(s_1), e_2 \in \eta(s_2)$,
   - $a = e_1?e_1',\ a_n = e_2?e_2'$, и
   - z — переменная, не входящая в a, A и $b_{s_1' s_2'}$,

e) $(\top\Lambda, A \setminus a_n)\, ((e_1' = e_2') \wedge b_{s_1 s_2''})$, если
   - $b_{s_1 s_2''} \leqslant (e_1 = e_2)$,
   - $e_1 \in \eta(s_1), e_2 \in \eta(s_2)$,
   - $a = e_1!e_1',\ a_n = e_2!e_2'$,

f) $\bot$, в остальных случаях, где символ $\bot$ обозначает тождественно ложную формулу (например, имеющую вид $c_1 = c_2$, где c_1 и c_2 — различные константы), и

- для каждого перехода $s_2 \xrightarrow{a} s_2'$ процесса P_2 и каждого состояния $s_1 \in S_1$ существует СП $s_1 \xrightarrow{A} s_1'$ процесса P_1, такой, что

$$b_{s_1 s_2} \wedge [\![a]\!] \leqslant (A, a)\, b_{s_1' s_2'},$$

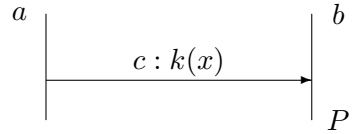
  где $(A, a)\, b_{s_1' s_2'}$ — формула, определение которой аналогично соответствующему определению в предыдущем пункте.

3. Пример моделирования и верификации криптографических протоколов

В этом пункте рассматривается КП, в котором участвуют два агента — a и b. Данные агенты имеют общий ключ k (известный только агентам a и b), при помощи которого они могут шифровать и дешифровать сообщения с использованием некоторой симметричной системы шифрования. Работа КП происходит следующим образом:

- a посылает b шифртекст $k(x)$ по каналу c, данный шифртекст представляет собой сообщение x, зашифрованное на ключе k,
- b принимает этот шифртекст, дешифрует его, заносит извлечённое сообщение x в переменную y, после чего ведёт себя как процесс P.

Этот КП изображается диаграммой



Поведение агентов a и b представляется процессами A и B, где

$$A \stackrel{\text{def}}{=} \langle c\,!\,k(x)\rangle\,\mathbf{0}, \quad B \stackrel{\text{def}}{=} \langle c\,?k(y)\rangle\,P.$$

КП представляется процессом $Sys \stackrel{\text{def}}{=} (A, B)_k$.

Формальное описание свойств целостности и секретности этого КП имеет следующий вид.

1) Свойство **целостности** данного КП заключается в том, что в результате работы этого КП передаваемое сообщение доходит до получателя в точности в том же виде, в котором оно было послано отправителем.
   Свойство целостности выражается соотношением $Sys \approx \tilde{Sys}$, где $\tilde{Sys} \stackrel{\text{def}}{=} (A, \tilde{B})_k$, $\tilde{B} \stackrel{\text{def}}{=} \langle c\,?\,k(y)\rangle\,\langle x/y\rangle\,P$. Процесс $\tilde{Sys}$ описывает КП, отличающийся от исходного КП модификацией агента b: после того, как этот агент выполнил действия получения сообщения и записи его в y, в эту переменную заносится сообщение, которое в действительности посылал агент a, то есть x.
2) Свойство **секретности** КП заключается в том, что для любой пары x, x' сообщений, каждое из которых a может передать b при выполнении этого КП, и для двух сеансов выполнения этого КП, в первом из которых передаётся x, а во втором — x', никакой внешний (то есть отличный от участников a, b КП) агент, наблюдающий за выполнением этих сеансов, не имеет возможности извлечь из наблюдаемой информации какие-либо знания о том, одинаковы ли сообщения x, x', или различны (если только эти знания не разглашаются самими участниками КП).
   Свойство секретности данного КП выражается импликацией

$$\langle x/y\rangle\,P \approx \langle x'/y\rangle\,P \quad \Rightarrow \quad Sys \approx \langle x'/x\rangle Sys.$$

   Формальное обоснование этих соотношений производится на основе определения отношения наблюдаемой эквивалентности процессов.

Список литературы

[1] Миронов А. М. Метод доказательства наблюдаемой эквивалентности процессов с передачей сообщений // Информатика и её применения. — 2014. — Т. 8. Вып. 2. — С. 57–71.