

Об обобщении теоремы Мура

Пантелеев П.А.

Диагностические эксперименты с конечными автоматами впервые были описаны в классической работе Э. Мура, и с тех пор применяются для тестирования цифровых схем и коммуникационных протоколов. Одна из основных задач тестирования конечных автоматов состоит в определении начального состояния наблюдаемого автомата. Пусть имеется полное описание некоторого конечного автомата Мили, но про его начальное состояние известно лишь то, что оно принадлежит некоторому фиксированному подмножеству состояний. Тогда диагностическая задача состоит в нахождении начального состояния путем последовательной подачи входных символов на автомат. В данном докладе будет рассказано об оценках длины для таких последовательностей входных символов и показана связь данной задачи с комбинаторными проблемами, возникающими в теории гиперграфов.

Ключевые слова: конечный автомат, условный диагностический эксперимент, теорема Мура, гиперграф.

Диагностические эксперименты с конечными автоматами впервые были описаны в классической работе Э. Мура [1], и с тех пор нашли многочисленные применения при решении практических и теоретических задач, возникающих в таких областях как тестирование программ, диагностика неисправностей цифровых схем, а также при верификации коммуникационных протоколов [2]. В настоящей работе изучается длина простого условного диагностического эксперимента, который решает следующую задачу. Допустим, у нас есть полное описание некоторого конечного автомата Мили \mathcal{A} (например, задана его диаграмма или таблица переходов и выходов), но про его начальное состояние известно лишь то, что оно принадлежит некоторому фиксированному подмножеству состояний Q' . *Простой диагностический эксперимент для подмножества Q'* состоит в подаче на автомат \mathcal{A} такой входной последовательности, что по реакции автомата на нее можно однозначно сказать с каким начальным состоянием $q_0 \in Q'$ мы имели дело. Эксперимент называется *безусловным*, если каждая следующая входная буква, подаваемая на автомат,

не зависит от реакции автомата на уже поданные буквы. В противном случае эксперимент называется *условным*. *Длиной* эксперимента будем называть максимум из длин входных последовательностей, возникающих при его проведении с автоматом \mathfrak{A} при всех возможных способах выбора начального состояния $q_0 \in Q'$.

Обозначим через $\ell(n, k)$ максимальную длину кратчайшего простого условного диагностического эксперимента, где максимум берется по всем автоматам с n состояниями и их k -элементным подмножествам состояний, для которых такой эксперимент существует. Обозначим также через $\tilde{\ell}(n, k)$ соответствующую величину для безусловного эксперимента. В частном случае $k = 2$ диагностический эксперимент, как условный так и безусловный, по существу совпадает с отличающим словом для двух состояний, и точное значение $\ell(n, 2) = \tilde{\ell}(n, 2) = n - 1$ было получено в упомянутой выше работе Э. Мура [1]. В общем случае данная задача впервые рассматривалась А. Гилом [3] (см. также [4, Теорема 4.5]). Им была получена верхняя оценка $\ell(n, k) \leq (k - 1)n^k$. Существенный прогресс был достигнут в работе М.Н. Соколовского [5], где были получены оценки

$$\binom{n-1}{k-1} \leq \ell(n, k) \leq \sum_{i=2}^k \binom{n}{i}, \quad (1)$$

а также $\ell(n, n) \asymp n^2$ при $n \rightarrow \infty$. Последняя оценка была уточнена И.К. Рысцовым в работе [6], где показано, что

$$\ell(n, n) = \frac{n(n-1)}{2}. \quad (2)$$

Отметим, что пример автомата с n состояниями на котором достигается оценка (2) был построен А.А. Карацубой [7] (см. также [8]). Интересно также отметить, что оценка (2) была переоткрыта в [9], где был также предложен эффективный алгоритм, проверяющий существование простого условного диагностического эксперимента для всех состояний автомата со сложностью $O(pn \log n)$, где p — число входных символов автомата.

Несмотря на полиномиальную сложность проверки существования условного эксперимента, аналогичная проблема для безусловного эксперимента является PSPACE-полной [10, 9]. Кроме того, полиномиальный алгоритм проверки существования простого условного диагностического эксперимента для подмножества состояний Q' известен только для случая когда Q' совпадает с множеством всех состояний Q . Если $Q' \neq Q$, то, как показано в [9], данная проблема также является PSPACE-полной.

В данной работе получены оценки величины $\ell(n, k)$, уточняющие оценки (1) в случае когда мощность подмножества состояний k для которых проводится диагностический эксперимент растет не слишком быстро с ростом числа состояний автомата n . В частности показано, что $\ell(n, k) \sim \frac{n^{k-1}}{(k-1)!}$ при $k = o(n)$ и $n \rightarrow \infty$. В случае $k = 3$ удалось получить точную оценку $\ell(n, 3) = \tilde{\ell}(n, 3) = \binom{n}{2}$. Заметим, что оценки (1) не дают даже порядка роста величины $\ell(n, k)$ в этих случаях.

Список литературы

- [1] Мур Э. Ф. Умозрительные эксперименты с последовательными машинами [пер. с англ.] // Автоматы / Под ред. К. Э. Шеннона, Дж. Маккарти. — ИЛ, 1956.
- [2] Model-Based Testing of Reactive Systems: Advanced Lectures (Lecture Notes in Computer Science) / Manfred Broy, Bengt Jonsson, Joost-Pieter Katoen et al. — Secaucus, NJ, USA : Springer-Verlag New York, Inc., 2005. — ISBN: 3540262784.
- [3] Gill A. State-identification experiments in finite automata // Inform. Control. — 1961. — Vol. 4, no. 2–3. — P. 132–154.
- [4] Гилл А. Введение в теорию конечных автоматов. — М. : Наука, 1966. — 272 с.
- [5] Соколовский М. Н. О диагностических экспериментах с автоматами // Кибернетика. — 1971. — Т. 6. — С. 44–49.
- [6] Рысцов И. К. Доказательство достижимой оценки длины условного диагностического эксперимента для конечного автомата // Кибернетика. — 1977. — Т. 3. — С. 20–22.
- [7] Карацуба А. А. Решение одной задачи из теории конечных автоматов // УМН. — 1960. — Т. 15, № 3. — С. 157–159.
- [8] Хиббард Т. Точные верхние границы длин минимальных экспериментов, определяющих заключительное состояние, для двух классов последовательных машин [пер. с англ.] // Кибернетический сборник. — 1966. — Т. 2. — С. 7–23.
- [9] Lee D., Yannakakis M. Testing finite-state machines: state identification and verification // Computers, IEEE Transactions on. — 1994. — Mar. — Vol. 43, no. 3. — P. 306–320.
- [10] Rystsov I. K. Polynomial complete problems in automata theory // Information Processing Letters. — 1983. — Vol. 16, no. 3. — P. 147–151.

A generalization of a Moore theorem
Panteleev P.A.

Distinguishing sequences for finite automata were first introduced in the classical paper of E. Moore and since that they have many applications in testing of sequential circuits and communication protocols. One of the basic tasks in the testing of finite automata is to identify the initial state of the automaton under investigation. Suppose we have a full description of a finite deterministic Mealy automaton and we know that its initial state is in some subset of its set of states. Then the state-identification problem is to find the initial state by a sequential application of input symbols to the automaton. In this talk we discuss the bounds on the length of such input sequences and show a relation of this problem to combinatorial problems in hypergraph theory.

Keywords: Finite automaton, adaptive distinguishing sequence, Moore theorem, hypergraph.

**К сведению авторов публикаций в журнале
«Интеллектуальные системы. Теория и приложения»**

В соответствии с требованиями ВАК РФ к изданиям, входящим в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых могут быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук, статьи в журнал «Интеллектуальные системы. Теория и приложения» предоставляются авторами в следующей форме:

1. Статьи, набранные в пакете \LaTeX , предоставляются к загрузке через WEB-форму http://intsysjournal.org/generator_form.
2. К статье прилагаются файлы, содержащие название статьи на русском и английском языках, аннотацию на русском и английском языках (не более 50 слов), список ключевых слов на русском и английском языках (не более 20 слов), информация об авторах: Ф.И.О. полностью, место работы, должность, ученая степень и/или звание (если имеется), контактные телефоны (с кодом города и страны), e-mail, почтовый адрес с индексом города (домашний или служебный).
3. Список литературы оформляется в едином формате, установленном системой Российского индекса научного цитирования.
4. За публикацию статей в журнале «Интеллектуальные системы. Теория и приложения» с авторов (в том числе аспирантов высших учебных заведений) статей, рекомендованных к публикации, плата не взимается. Оттиски статей авторам не предоставляются. Журнал распространяется по подписке, экземпляры журнала рассылаются подписчикам наложенным платежом. Условия подписки публикуются в каталоге НТИ «Роспечать», индекс журнала 64559.
5. Доступ к электронной версии последнего вышедшего номера осуществляется через НЭБ «Российский индекс научного цитирования». Номера, вышедшие ранее, размещаются на сайте <http://intsysjournal.org>, и доступ к ним бесплатный. Там же будут размещены аннотации всех публикуемых статей.

Подписано в печать: 20.03.2018

Дата выхода: 28.03.2018

Тираж: 200 экз.

Цена свободная

Свидетельство о регистрации СМИ: ПИ № ФС77-58444 от 25 июня 2014 г.,
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных
технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).