Генетические алгоритмы в задаче синтеза распределенных регуляторов

Е. И. Атамась[1] А. С. Герценштейн[2]

В работе предлагается метод построения распределенного регулятора специального вида для стабилизации системы с запаздыванием, основанный на использовании генетических алгоритмов. Проводится численное моделирование и анализ полученных результатов.

Ключевые слова: системы с запаздыванием, стабилизация, генетические алгоритмы.

1. Введение

Системы, описываемые дифференциальными уравнениями с запаздыванием, часто возникают при моделировании систем, в которых вещество, информация или энергия физически передаются из одного места в другое, в результате чего возникает задержка, связанная с временем передачи. Наличие запаздываний, особенно длительных, значительно усложняет процесс анализа системы и построения для них регуляторов.

Выделяют два важных класса систем с запаздыванием. В первом случае предполагается, что запаздывания сосредоточены в дискретном (чаще всего, конечном) множестве точек. Такие системы называют системами с сосредоточенными запаздываниями. Более общий случай представляют собой системы с распределенным запаздыванием, величина запаздывания в которых может быть сосредоточена на множестве положительной меры.

Известно, что для решения стандартных задач управления для систем с сосредоточенными запаздываниями иногда приходится привлекать регуляторы, содержащий интегральное слагаемое с распределенной

[1] *Атамась Евгений Иванович* — ассистент каф. нелинейных динамических систем и процессов управления ф-та ВМК МГУ, e-mail: eatamas@cs.msu.ru.

Atamas Evgeny Ivanovich — assistant professor, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Chair of Nonlinear Dymanical Systems and Control Processes.

[2] *Герценштейн Александра Сергеевна* — студентка каф. нелинейных динамических систем и процессов управления ф-та ВМК МГУ.

Gertsenshteyn Alexandra Sergeevna — student, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Chair of Nonlinear Dymanical Systems and Control Processes.

задержкой [1]. К таким методам относится, в частности метод назначения конечного спектра или Finite Spectrum Assignment (FSA). В простейших случаях известен алгоритм построения стабилизирующего регулятора для систем с запаздыванием с использованием этого метода. Целью данной работы является поиск параметров такого регулятора с использованием интеллектуальных методов, что позволит в дальнейшем применить разработанный подход на более сложные классы систем.

2. Постановка задачи и алгоритм

Рассматривается класс скалярных систем с запаздыванием, описываемых с помощью передаточной функции:

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{a(s)}{b(s)} e^{-Ls} U(s) \tag{1}$$

где $a(s)$ и $b(s)$ — взаимно простые полиномы степени m и n соответственно, $m \leq n-1$, $b(s)$ — монический полином, не имеющий кратных корней, $L > 0$ — запаздывание по времени.

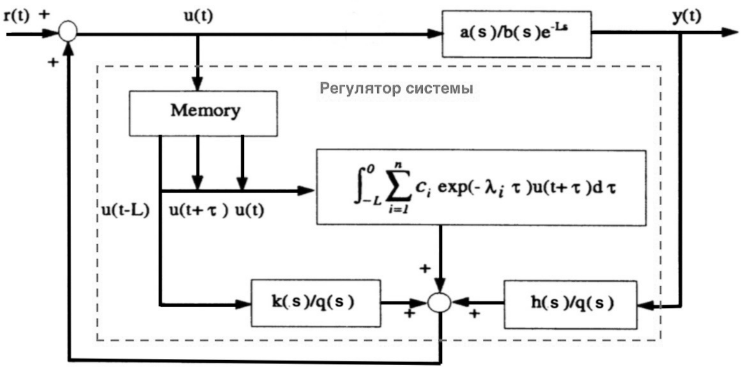

Рис. 1. Схема замкнутой системы, где r(t) — задающее воздействие, y(t) — выходной сигнал, u(t) — управляющий сигнал.

Система, заданная уравнением (1), не содержит обратной связи, поэтому для нее нет возможности изменить спектр. Замкнем систему обратной связью, содержащей регулятор специальной формы, сходной с используемым в методе FSA регулятором. Мы будем рассматривать распределенный регулятор, содержащий интегральное слагаемое вида:

$$\int_{-L}^{0} \sum_{i=1}^{n} c_i e^{-\lambda_i \tau} u(t+\tau) d\tau. \tag{2}$$

В результате передаточная функция замкнутой системы примет вид

$$W(s) = \frac{a(s)q(s)e^{-Ls}}{(b(s)-f(s))q(s) - (b(s)k(s) - q(s)f_L(s) + a(s)h(s))e^{-Ls}}. \tag{3}$$

Здесь $a(s)$ — полином степени $m \leq n-1$, $b(s)$ — монический полином степени n без кратных корней, $a(s)$ и $b(s)$ — взаимно простые, $p(s)$ — монический устойчивый полином степени n, соответствующий желаемому спектру системы, $q(s)$ — монический устойчивый полином степени $n-1$, соответствующий спектру наблюдателя в системе, $k(s)$ — полином степени не выше $n-2$, $h(s)$ — полином степени не выше $n-1$.

С помощью $p(s)$ и $q(s)$ задаются желаемые свойства замкнутой системы, полиномы $h(s)$ и $k(s)$ — доступные для настройки параметры регулятора.

Знаменатель передаточной функции представляет собой квазиполином запаздывающего типа. Известно [3], что для уравнений рассматриваемого вида правее любой вертикальной прямой на комплексной плоскости содержится не более, чем конечное число корней, а, следовательно, не более, чем конечное число неустойчивых корней. Данное свойство дает возможность корректно определить спектральную абсциссу, на которой расположен самый правый корень рассматриваемого квазимногочлена.

Для проверки устойчивости системы достаточно исследовать корни квазиполинома, находящегося в знаменателе передаточной функции. Отсутствие корней справа от мнимой оси гарантирует устойчивость квазиполинома и вследствие этого устойчивость всей системы.

Для синтеза распределенного регулятора с помощью генетического алгоритма необходимо определить целевую функцию. В качестве нее в данной задаче будет браться спектральная абсцисса — значение максимальной действительной части среди всех корней квазимногочлена запаздывающего типа.

В случае отсутствия корней в правой полуплоскости коэффициенты для неизвестных полиномов $h(s)$ и $k(s)$, входящих в искомый распределенный регулятор системы, можно считать найденными. Для поиска корней квазиполинома запаздывающего типа использовалась библиотека [5].

Полученный алгоритм был протестирован на различных системах рассматриваемого типа и проверен на корректность работы с помощью численного моделирования в системе MATLAB/Simulink.

3. Выводы

Численное моделирование предложенного алгоритма показало его эффективность. В процессе тестирования и моделирования были выявлены общие тенденции зависимости скорости поиска решения от параметров генетического алгоритма и вида исходной системы. Под временем поиска решения в данном случае понимается номер итерации, на котором решение было найдено.

- При увеличении размера популяции время поиска сокращалось.
- Изменение количества мутаций не всегда приводило к уменьшению времени поиска. Но за счет увеличения числа мутаций сохранялось разнообразие в популяции, что не давало возможности популяции сойтись к единственному вектору, не являющемуся решением.
- При увеличении величины запаздывания или степеней числителя и знаменателя в случае систем с запаздыванием увеличивалось количество итераций, требуемых для поиска решения.
- Изменение способа инициализации начальной популяции, то есть выбор диапазона значений, из которого генерируются вектора начальной популяции, в какой-то степени зависит от значений коэффициентов исходной системы. Удачная инициализация давала достаточное разнообразие особей в популяции для дальнейшего поиска решения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ для молодых ученых - кандидатов наук МК-4905.2021.1.1.

Список литературы

[1] Wang Q., Lee T.H., Tan K.K., *Finite Spectrum Assignment for Time-Delay Systems*, Springer, London, 1999, 124 с.

[2] Zhong Q., *Robust Control of Time Delay Systems*, Springer, London, 2006, 231 с.

[3] Bellman, R., Cooke, K., *Differential-Difference Equation*, RAND Corporation, Santa Monica, 1963, 482 с.

[4] Whitley, Darrell, "A genetic algorithm tutorial", *Statistics and Computing*, **4**:2 (1994), 65–85

[5] Tomas Vyhlidal, Pavel Zitek, "Quasipolynomial mapping based rootfinder for analysis of time delay systems", *IFAC Proceedings Volumes*, **36**:9 (2003), 227-232

Genetic Algorithms in Distributed Regulator Syntesis problem

Atamas E.I., Gertsenshteyn A.S.

The paper proposes a method for constructing a distributed controller of a special type for the stabilization of a system with a delay, based on the use of genetic algorithms. Numerical modeling and analysis of the obtained results are carried out.

Keywords: time-delay systems, stabilization, genetic algorithms.

References

[1] Wang Q., Lee T.H., Tan K.K., *Finite Spectrum Assignment for Time-Delay Systems*, Springer, London, 1999, 124 c.

[2] Zhong Q., *Robust Control of Time Delay Systems*, Springer, London, 2006, 231 c.

[3] Bellman, R., Cooke, K., *Differential-Difference Equation*, RAND Corporation, Santa Monica, 1963, 482 c.

[4] Whitley, Darrell, "A genetic algorithm tutorial", *Statistics and Computing*, **4**:2 (1994), 65–85

[5] Tomas Vyhlidal, Pavel Zitek, "Quasipolynomial mapping based rootfinder for analysis of time delay systems", *IFAC Proceedings Volumes*, **36**:9 (2003), 227-232